

6 1. Calculer le cosinus et le sinus de chaque réel suivant :

$$-\frac{\pi}{4}; \frac{5\pi}{3}; \frac{3\pi}{4}; \frac{3\pi}{2} \text{ et } 8\pi$$

2. Vérifier les résultats à l'aide de la calculatrice.

1) $x = -\frac{\pi}{4}$? $\cos(-x) = \cos(x)$
 $\sin(-x) = -\sin(x)$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

* $\frac{5\pi}{3}$? $\frac{5\pi}{3} = 2\pi - \frac{\pi}{3}$

$$\cos(x + 2k\pi) = \cos(x)$$

$$\sin(x + 2k\pi) = \sin(x)$$

$$\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

* $\frac{3\pi}{4}$? $\frac{3\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{4}$

$$\cos(\pi - x) = -\cos(x)$$

$$\sin(\pi - x) = \sin(x)$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

* $\frac{3\pi}{2}$? $\frac{3\pi}{2} = \pi + \frac{\pi}{2}$

$$\cos(\pi + x) = -\cos(x)$$

$$\sin(\pi + x) = -\sin(x)$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{2}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

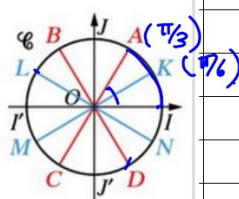
$$\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1$$

* 8π ? $8\pi = 0 + 8\pi = 0 + 2 \times 4\pi$

$$\cos(8\pi) = \cos(0) = 1$$

$$\sin(8\pi) = \sin(0) = 0$$

41 Ci-contre le cercle trigonométrique $\mathcal{C}$ est partagé de façon régulière. Pour chaque réel x suivant, préciser à quel point de $\mathcal{C}$ il correspond. Puis déterminer $\cos x$ et $\sin x$ en utilisant des propriétés de symétrie.



1. $\frac{\pi}{3}$
2. $\frac{4\pi}{3}$
3. $\frac{5\pi}{6}$
4. $-\frac{5\pi}{6}$
5. $\frac{5\pi}{3}$

1) $A\left(\frac{\pi}{3}\right)$ $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$
 $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

2) $C\left(\frac{4\pi}{3}\right)$ $\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$
 $\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
A et C sym^p/p O

3) $L\left(\frac{5\pi}{6}\right)$ $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$
Let K sym^p/p (OI)

4) $M\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$ *Let K et sym^p/p à O.*

$\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$

5) $D\left(\frac{5\pi}{3}\right)$ *Let A et sym^p/p à (OI)*

$\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

$\sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

42 QCM

Donner la (ou les) bonne(s) réponse(s).

1. Les réels $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{2\pi}{3}$ ont :

- ☐ a. le même cosinus.
☒ b. des cosinus opposés.
☒ c. le même sinus.
☐ d. des sinus opposés.

2. Les réels $\frac{\pi}{5}$ et $\frac{6\pi}{5}$ ont :

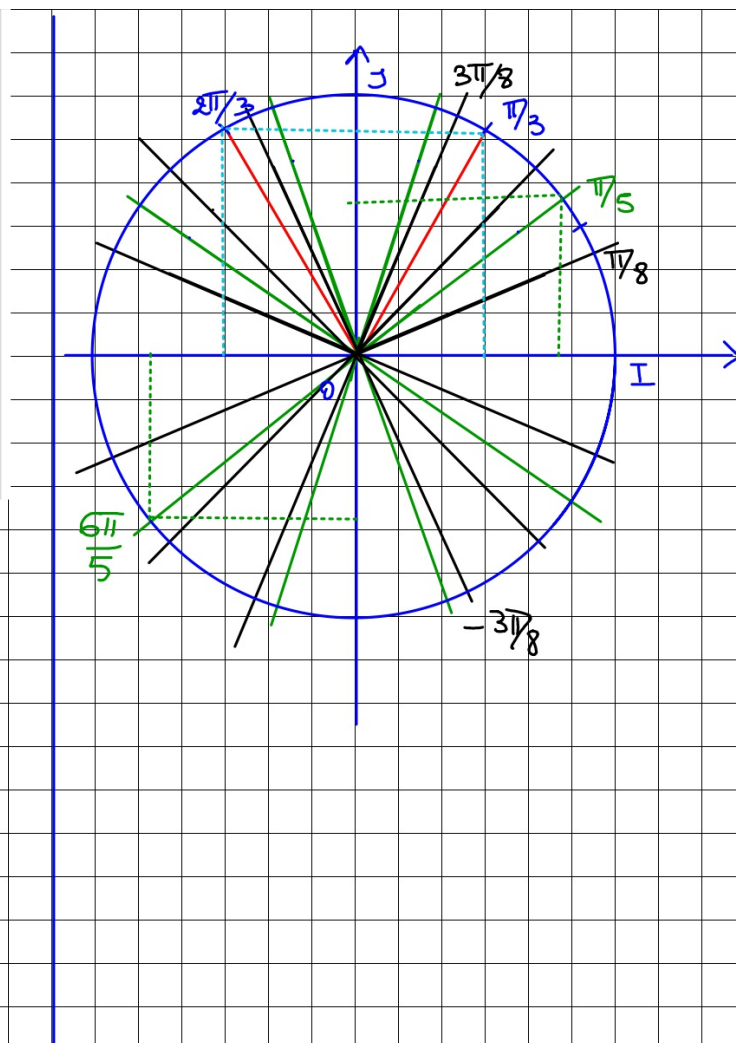
- ☐ a. le même cosinus.
☒ b. des cosinus opposés.
☐ c. le même sinus.
☒ d. des sinus opposés.

3. Les réels $\frac{3\pi}{8}$ et $-\frac{3\pi}{8}$ ont :

- ☒ a. le même cosinus.
☐ b. des cosinus opposés.
☐ c. le même sinus.
☒ d. des sinus opposés.

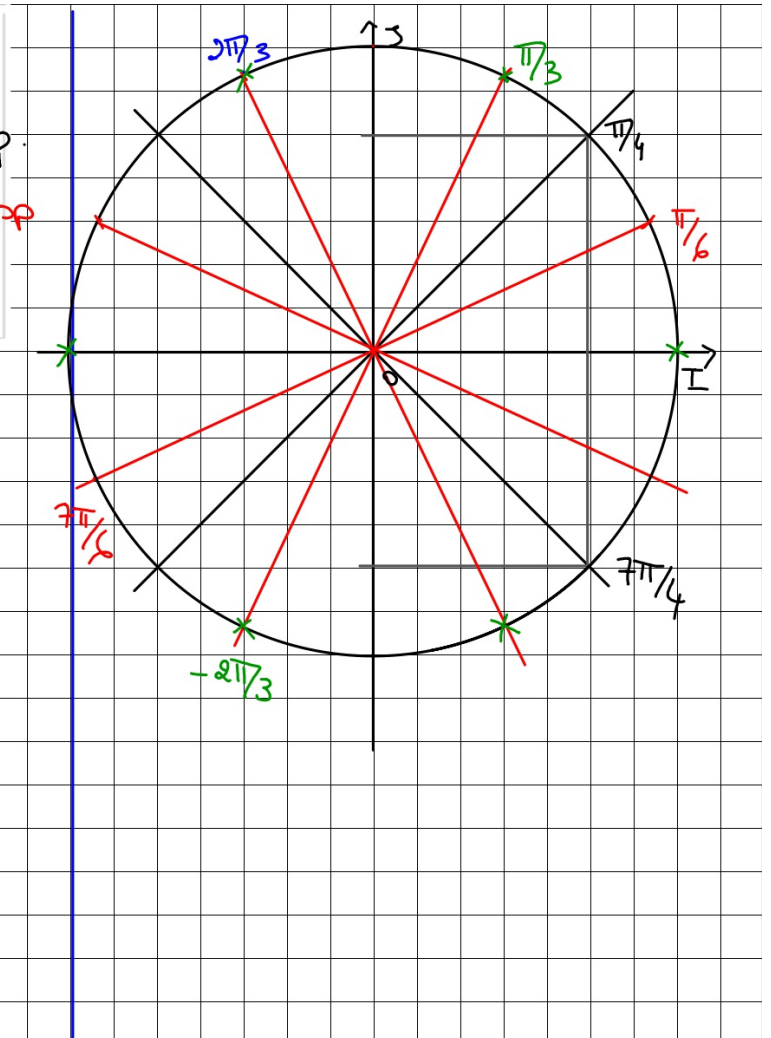
$$\frac{11}{5} \text{ rad} = \frac{180^\circ}{5} = 36^\circ$$

$$\frac{11}{8} \text{ rad} = \frac{180^\circ}{8} = 22,5^\circ$$



43 Compléter les pointillés avec « égaux » ou « opposés ».

1. Les réels $\frac{7\pi}{4}$ et $\frac{\pi}{4}$ ont des cosinus ... et des sinus *opp*.
2. Les réels $\frac{7\pi}{6}$ et $\frac{\pi}{6}$ ont des cosinus ... et des sinus *opp*.
3. Les réels $-\frac{2\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{3}$ ont des cosinus ... et des sinus *opp*.



44 1. a. Compléter les pointillés avec « égaux » ou « opposés » :

Les réels $-\frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{3}$ ont des cosinus ... et des sinus ^{égaux} ~~opposés~~.

b. En déduire les valeurs exactes de $\cos\frac{-\pi}{3}$ et $\sin\frac{-\pi}{3}$.

2. Déterminer les valeurs exactes de $\cos\frac{8\pi}{3}$ et $\sin\frac{8\pi}{3}$.

$$\begin{aligned} 1) \quad & \cos(-\pi/3) = \cos(\pi/3) = 1/2 \\ & \sin(-\pi/3) = -\sin(\pi/3) = -\sqrt{3}/2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \quad & \frac{8\pi}{3} = 2\pi + \frac{2\pi}{3} \\ & \cos\left(\frac{8\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2} \\ & \sin\left(\frac{8\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

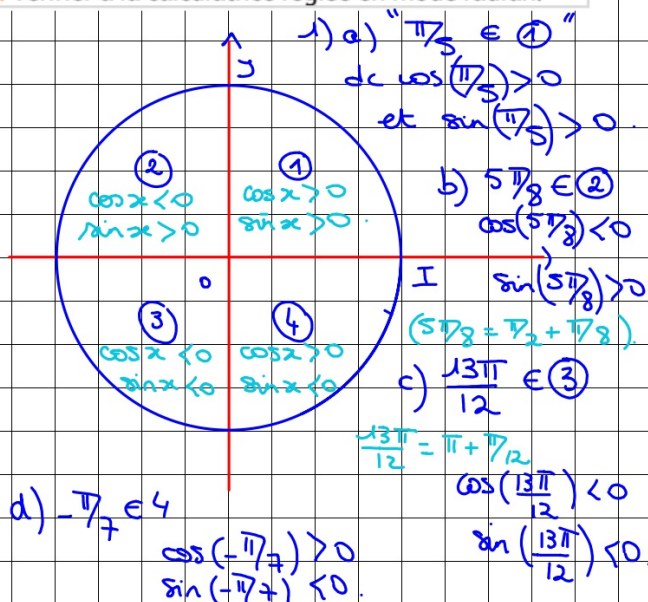
64 Compétence Représenter

1. Déterminer le signe des nombres suivants.

a. $\cos \frac{\pi}{5}$ et $\sin \frac{\pi}{5}$ b. $\cos \frac{5\pi}{8}$ et $\sin \frac{5\pi}{8}$

c. $\cos \frac{13\pi}{12}$ et $\sin \frac{13\pi}{12}$ d. $\cos \frac{-\pi}{7}$ et $\sin \frac{-\pi}{7}$

2. Vérifier à la calculatrice réglée en mode radian.



65 Vrai ou faux ?

Chacune des équations suivantes admet-elle des solutions ? Justifier la réponse.

- $\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$
- $\cos x = -\sqrt{2}$
- $\cos x = -1$
- $\cos x = 0,99999$
- $\cos x = \frac{\sqrt{5}}{2}$
- $\sin x = 2\sqrt{3}$
- $\sin x = \frac{2}{\sqrt{3}}$
- $\sin x = 1$

On sait que $-1 \leq \cos x \leq 1$ et $-1 \leq \sin x \leq 1$

- $\frac{1}{\sqrt{2}} \in [-1; 1]$ oui
- $-\sqrt{2} \notin [-1; 1]$ non
- $-1 \in [-1; 1]$ oui
- $0,99999 \in [-1; 1]$ oui
- $\frac{\sqrt{5}}{2} \notin [-1; 1]$ non
- $2\sqrt{3} \notin [-1; 1]$ non
- $\frac{2}{\sqrt{3}} \notin [-1; 1]$ non
- $1 \in [-1; 1]$ oui

66 Exercice commenté

1. Soit x un réel de l'intervalle $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ tel que $\sin x = 0,3$. Quel est le signe de $\cos x$?

► L'intervalle donné détermine le signe du cosinus et du sinus.

2. Montrer que $\cos^2 x = 0,91$.

► On utilise la relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.

3. En déduire la valeur exacte puis une valeur approchée de $\cos x$ à 0,001 près.

► La valeur exacte contient une racine carrée, mais on fait attention au signe du cosinus.

4. À l'aide de la calculatrice, déterminer une valeur approchée de x à 0,01 près.

► La calculatrice doit être en mode radian. On utilise les touches TI : $\cos^{-1}$ et Casio : $\text{SHIFT} \cos$.

On ne peut pas utiliser la touche $\sin^{-1}$ qui donne une réponse dans l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, alors que $\cos(x) < 0$.

5. a. Construire le cercle trigonométrique avec 5 cm pour unité et placer le point M de manière exacte.

► Le point M est sur le cercle trigonométrique et a pour ordonnée 0,3.

b. Déterminer une valeur approchée au degré près de l'angle $\widehat{IOM}$. Vérifier avec le rapporteur.

► On utilise les mêmes touches que pour la ques-

$$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1.$$

$$1) x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right] \text{ (2)} \text{ dc } \cos x \leq 0.$$

$$2) \sin(x) = 0,3.$$

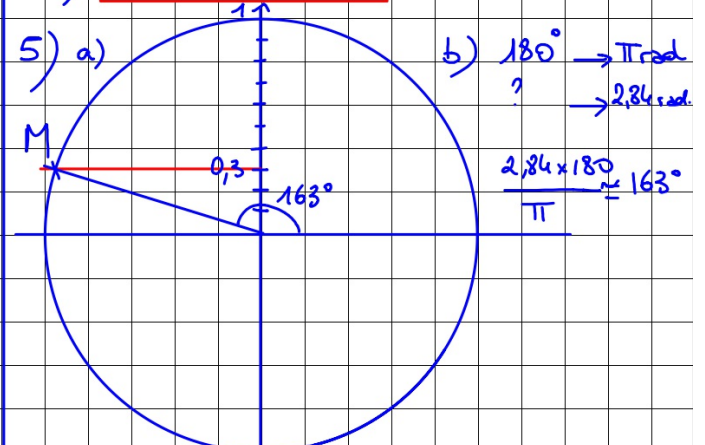
$$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1.$$

$$\cos^2(x) + 0,3^2 = 1.$$

$$\cos^2(x) = 1 - 0,3^2 = 1 - 0,09 = 0,91.$$

$$3) \text{ on sait que } \cos x < 0 \text{ et } \cos^2(x) = 0,91 \\ \text{dc } \cos(x) = -\sqrt{0,91} \\ = -0,954.$$

$$4) x = 2,84 \text{ Rad.}$$



67 Application immédiate

1. Soit x un réel de l'intervalle $[-\pi; 0]$ tel que $\cos x = 0,4$.

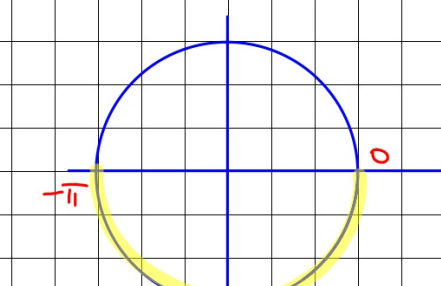
a. Déterminer le signe de $\sin x$.

b. Montrer que $\sin^2 x = 0,84$.

c. En déduire la valeur exacte de $\sin x$.

2. a. Sur le cercle trigonométrique en prenant 4 cm pour unité, placer le point M associé au réel x .

b. Déterminer une valeur approchée de x et une valeur approchée au degré près de l'angle $\widehat{IOM}$. Vérifier au rapporteur.



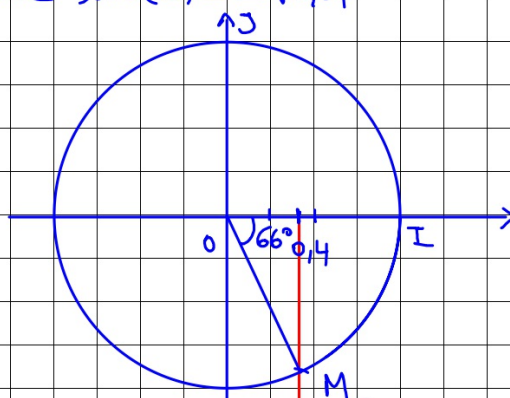
$$\begin{aligned} \pi \text{ rad} &\rightarrow 180^\circ \\ 1,159 \text{ rad} &\rightarrow ? \\ ? \quad \frac{1,159 \times 180}{\pi} &\approx 66^\circ \end{aligned}$$

$$1) a) x \in [-\pi; 0] \quad (\textcircled{3} \text{ ou } \textcircled{4}) \\ \text{donc } \sin x \leq 0.$$

$$\begin{aligned} b) \quad \cos^2(x) + \sin^2(x) &= 1 \\ 0,4^2 + \sin^2(x) &= 1 \\ \sin^2(x) &= 1 - 0,4^2 = 1 - 0,16 \\ &= 0,84. \end{aligned}$$

$$c) \sin^2(x) = 0,84 \text{ et } \sin(x) \leq 0$$

$$\text{donc } \sin(x) = -\sqrt{0,84}$$



$$x \approx -1,159 \text{ rad.}$$

